

Практический тур

Решения задач

5. (15,9 баллов за задачу)

а) (3 балла, по 0,5 за каждое созвездие)

- ① Близнецы
- ② Возничий
- ③ Малая Медведица
- ④ Лев
- ⑤ Лира
- ⑥ Андромеда

б) (3 балла, по 0,5 за каждую звезду)

- ① Кастор
- ② Капелла
- ③ Полярная (Киносура)
- ④ Регул
- ⑤ Вега
- ⑥ Альферац

Заметим, что названия звезд могут звучать по-разному у разных авторов и в разных переводах. Поэтому в случае сомнений проверяйте ответы участников при помощи, например, планетария Stellarium или просто при помощи интернета.

в) (9,9 балла, по 0,3 за каждое созвездие)

- ① Рак, Рысь, Возничий, Телец, Орион, Единорог, Малый Пес
- ② Близнецы, Рысь, Жираф, Персей, Телец
- ③ Дракон, Цефей, Жираф
- ④ Волосы Вероники, Большая Медведица, Малый Лев, Рак, Гидра, Секстант, Чаша, Дева. Можно засчитать и Рысь – Лев граничит с ней одним углом
- ⑤ Лебедь, Дракон, Геркулес, Лисичка
- ⑥ Персей, Кассиопея, Ящерица, Пегас, Рыбы, Треугольник

6. (10 баллов за задачу)

а) (2 балла) Глядя на график изменения блеска, можно заметить, что при прохождении планеты по диску звезды ее блеск ослабляется до 0,996. Т. е. планета площадью своего диска закрывает 0.004 площади диска звезды. Тогда ее радиус будет равен $R = \sqrt{0,004} R_{\star} = 0,135 R_{\odot} = 94,0$ тыс. км.

б) (1 балл) Из графика видно, что период составляет около 6,8 суток. Очевидно, ответ участников может отличаться от данного на несколько десятых долей суток.

в) (4 балла) Из того факта, что суммарный импульс двух тел в системе центра масс равен нулю, следует соотношение между их массами и скоростями относительно центра масс:

$$v_{\star} m_{\star} = v_{\Pi} m_{\Pi},$$

Скорость планеты относительно звезды равна $v = v_{\star} + v_{\Pi}$. Из этих двух формул получаем:

$$v_{\star} = \frac{m_{\Pi}}{m_{\star} + m_{\Pi}} v \approx \frac{m_{\Pi}}{m_{\star}} v.$$

С другой стороны, для круговых орбит $v = \sqrt{G(m_{\Pi} + m_{\star})/r} \approx \sqrt{Gm_{\star}/r}$, а $r = vT/2\pi$. Тогда

$$v^2 = \frac{2\pi G m_{\star}}{vT},$$
$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi G m_{\star}}{T}}.$$

Тогда, используя формулы выше, можно выразить массу планеты:

$$m_{\Pi} = \frac{v_{\star}}{v} m_{\star} = v_{\star} \sqrt[3]{\frac{T m_{\star}^2}{2\pi G}}.$$

Осталось только найти v_{\star} – скорость звезды относительно центра масс. Ее мы можем взять из третьего графика: поскольку лучевая скорость звезды изменяется от 6,38 км/с до 6,72 км/с, то можно заключить, что центр масс системы удаляется от нас со скоростью $(6,38 + 6,72)/2 = 6,55$ км/с, а сама звезда движется вокруг него со скоростью $v_{\star} = 6,72 - 6,55 = 0,17$ км/с. Кривая лучевой скорости – почти идеальная синусоида, поэтому орбиту можно считать круговой. Тогда, подставляя полученное значение v_{\star} в формулу выше, получаем $m_{\Pi} = 3,9 \cdot 10^{27}$ кг. Это составляет 2,1 массы Юпитера.

г) (3 балла) Ответ на предыдущий вопрос не оставляет нам вариантов – такой массой может обладать лишь газовый гигант. Но раз попросили посчитать плотность, то попробуем сделать это.

$$\rho = \frac{3m_{\Pi}}{4\pi R_{\Pi}^3} = 1100 \text{ кг/м}^3,$$

т. е. плотность планеты ненамного больше плотности воды. Однозначно, газовый гигант. Правда, мы занизили в 1,5 раза плотность и завысили радиус планеты. Более правильный ответ можно получить, не забыв о потемнении диска звезды к краю. Однако учет данного фактора выходит уже далеко за рамки школьной программы.

Следует заметить, что период и скорость движения звезды из графиков определяются с некоторой погрешностью, поэтому в работах учащихся допускаются небольшие отклонения от авторских ответов.

Всего 25,9 баллов за практический тур